



## KARTA OPISU PRZEDMIOTU - SYLABUS

Nazwa przedmiotu

Matematyka dyskretna [S1Cybez1>MATD]

### Przedmiot

Kierunek studiów

Cyberbezpieczeństwo

Rok/Semestr

1/2

Studia w zakresie (specjalność)

–

Profil studiów

ogólnoakademicki

Poziom studiów

pierwszego stopnia

Język oferowanego przedmiotu

polski

Forma studiów

stacjonarne

Wymagalność

obligatoryjny

### Liczba godzin

Wykład

30

Laboratorium

0

Inne

0

Ćwiczenia

30

Projekty/seminaria

0

### Liczba punktów ECTS

5,00

### Koordynatorzy

dr Lidia Typańska-Czajka

lidia.typanska-czajka@put.poznan.pl

### Wykładowcy

### Wymagania wstępne

Zakłada się, że rozpoczynający przedmiot student ma podstawową wiedzę i umiejętności z matematyki i informatyki na poziomie zgodnym z wymaganiami rekrutacyjnymi dla kierunku. Ponadto student musi prezentować takie postawy jak uczciwość, odpowiedzialność, wytrwałość, ciekawość poznawcza, kreatywność, kultura osobista, szacunek dla innych ludzi.

### Cel przedmiotu

Przekazanie studentom wiedzy obejmującej podstawowe pojęcia i metody matematyki dyskretnnej głównie z zakresu logiki i teorii mnogości, teorii grafów, teorii transwersal i kombinatoryki. Rozwinąć u studentów umiejętności interpretowania pojęć z zakresu informatyki w terminach funkcji, relacji, stosowanie aparatu logiki, technik dowodzenia twierdzeń, teorii grafów i rekurencji do rozwiązywania problemów o charakterze informatycznym. Kształcenie u studentów umiejętności logicznego rozumowania i wypowiedzania się w sposób zrozumiały.

### Przedmiotowe efekty uczenia się

Wiedza:

1. Student ma wiedzę z zakresu matematyki dyskretnnej niezbędną do formułowania i rozwiązywania

złożonych problemów związanych z cyberbezpieczeństwem za pomocą pojęć logiki formalnej oraz teorii mnogości. Zna podstawowe prawa logiki i teorii mnogości oraz własności relacji i funkcji pozwalające dostrzec i przeanalizować istotne zależności występujące w rozwiązywanych problemach informatycznych. [K1\_W01]

2. Ma wiedzę niezbędną do formułowania złożonych zadań w terminach teorii grafów oraz do rozwiązywania tych zadań korzystając z metod tej teorii. [K1\_W01]

3. Ma wiedzę niezbędną do formalnego opisu problemów związanych z cyberbezpieczeństwem za pomocą obiektów kombinatorycznych oraz dostrzega związek pomiędzy liczbą tych obiektów i liczbą potencjalnych rozwiązań problemów. Zna techniki zliczania umożliwiające wyznaczenie liczby obiektów oraz jest świadomy ich związku z szacowaniem czasochłonności algorytmów. [K1\_W07]

4. Zna i rozumie zasadę indukcji matematycznej oraz potrafi wykorzystać rozumowanie indukcyjne oraz rekurencję do formalnego opisu i rozwiązania rzeczywistych problemów. [K1\_W01]

5. Zna podstawowe zasady szacowania szybkości wzrostu wartości funkcji niezbędne do określenia złożoności obliczeniowej algorytmów. [K1\_W06]

6. Ma rozszerzoną i pogłębioną wiedzę z zakresu algebry liniowej, analizy matematycznej, matematyki dyskretnej, probabilistyki i statystyki niezbędną do opisu i analizy działania elementów i układów właściwych dla kierunku studiów. [K1\_W01]

Umiejętności:

1. Student potrafi wykorzystać pojęcia z zakresu matematyki dyskretnej do formalnego opisu zadań inżynierskich z zakresu cyberbezpieczeństwa. [K1\_U05]

2. Potrafi zastosować metody oparte o logikę, teorię mnogości oraz teorię grafów do formułowania i rozwiązywania zadań inżynierskich związanych cyberbezpieczeństwem. [K1\_U05]

3. Potrafi zaplanować i przeprowadzić symulacje komputerowe i pomiary, w tym symulacje i pomiary dotyczące działania systemów teleinformatycznych, potrafi przedstawić otrzymane wyniki w formie liczbowej i graficznej, dokonać ich interpretacji i wyciągnąć właściwe wnioski. [K1\_U04]

4. Potrafi zastosować metody szacowania szybkości wzrostu wartości funkcji oraz odpowiednie notacje do określania złożoności obliczeniowej algorytmów. [K1\_U05]

5. Przy formułowaniu i rozwiązywaniu zadań inżynierskich z zakresu cyberbezpieczeństwa potrafi wykorzystać znane modele matematyczne i algorytmy oraz metody symulacyjne, eksperymentalne i analityczne. [K1\_U05]

Kompetencje społeczne:

1. Student potrafi wypowiadać się w sposób precyzyjny i logiczny, wykorzystując w tym celu podstawowe pojęcia z zakresu matematyki dyskretnej. [K1\_K02]

## Metody weryfikacji efektów uczenia się i kryteria oceny

Efekty uczenia się przedstawione wyżej weryfikowane są w następujący sposób:

Efekty uczenia się przedstawione wyżej weryfikowane są w następujący sposób:

Wiedza nabyta w ramach wykładu jest weryfikowana podczas 90-minutowego egzaminu pisemnego w formie testu wielokrotnego wyboru. Test obejmuje pytania zamknięte dotyczące treści programowych prezentowanych na wykładzie. Podczas egzaminu nie jest dozwolone korzystanie z materiałów pomocniczych.

Umiejętności nabyte w ramach zajęć ćwiczeniowych weryfikowane są podczas dwóch sprawdzianów przeprowadzanych w semestrze w ramach ćwiczeń audytoryjnych, składających się z kilku zadań otwartych. Ocena końcowa ustalana jest na podstawie łącznej liczby punktów zdobytych w efekcie obu sprawdzianów. Podczas sprawdzianów nie jest dozwolone korzystanie z materiałów pomocniczych. W każdej formie zaliczenia przedmiotu ocena zależy od liczby zdobytych przez studenta punktów w stosunku do maksymalnej liczby punktów obowiązkowych. Warunkiem pozytywnego zaliczenia jest otrzymanie co najmniej 50% punktów możliwych do zdobycia. Zależność oceny od liczby punktów definiuje Regulamin Studiów. Dodatkowo zasady zaliczania przedmiotu i dokładne progi zaliczeniowe zostaną przekazane studentom na początku semestru z wykorzystaniem uczelnianych systemów elektronicznych oraz na pierwszych zajęciach (w każdej formie zajęć).

## Treści programowe

Podstawowe pojęcia i metody matematyki dyskretnej zorientowane na ich wykorzystanie w rozwiązywaniu problemów informatycznych, w szczególności wybrane zagadnienia z zakresu: logiki i teorii mnogości, relacji i funkcji, asymptotyki, indukcji matematycznej, własności liczb całkowitych,

rekurencji, liczb szczególnych, kombinatoryki, teorii zliczania, teorii grafów, teorii transwersal, prostokątów łacińskich, funkcji tworzących, wielomianów szachowych.

## Tematyka zajęć

W ramach wykładu przedstawiane są następujące zagadnienia:

1. Elementy logiki i teorii mnogości: własności spójników logicznych, wybrane rodzaje zdań złożonych, kwantyfikatory, podstawowe prawa rachunku zdań, działania na zbiorach, wybrane szczególne zbiory (zbiór pusty, zbiór potęgowy, alfabety, języki), prawa algebry zbiorów.
  2. Relacje i funkcje, asymptotyka funkcji liczbowych (notacje): iloczyny kartezjańskie, pojęcie relacji, podstawowe rodzaje relacji, relacja równoważności, pojęcie funkcji, podstawowe rodzaje funkcji, przekształcenie wzajemnie jednoznaczne, funkcja odwrotna, funkcja złożona, notacje  $O$ ,  $\omega$  oraz  $\tau$ .
  3. Zliczanie i generowanie obiektów kombinatorycznych: prawo sumy, prawo iloczynu, wariacje z/bez powtórzeń, permutacje z/bez powtórzeń, kombinacje z/bez powtórzeń, podziały zbioru, współczynnik dwumianowy, współczynnik wielomianowy.
  4. Indukcja matematyczna: zasada dobrego uporządkowania, pierwsza i druga zasada indukcji matematycznej.
  5. Rekurencja: definicje, zależności pierwszego, drugiego i  $k$ -tego rzędu, problemy i algorytmy rekurencyjne, uogólniona zasada indukcji matematycznej dla zbiorów definiowanych rekurencyjnie.
  6. Liczby szczególne, m.in.: liczby Stirlinga pierwszego i drugiego rodzaju, liczby Bella, liczby Eulera pierwszego i drugiego rzędu, liczby harmoniczne, liczby Fibonacciego, liczby Marsennea.
  7. Elementy teorii grafów: pojęcia grafu nieskierowanego i grafu skierowanego, drogi, ścieżki, cykle, grafy Eulera, grafy Hamiltona, graf pełny, dopełnienie grafu, grafy dwudzielne, kolorowanie grafów, drzewa.
  8. Własności liczb całkowitych: podzielność liczb, liczby pierwsze, największy wspólny dzielnik, algorytm Euklidesa, liczby względnie pierwsze, zasadnicze twierdzenie arytmetyki.
  9. Podstawy teorii transwersal: twierdzenie Halla - wersja małżeńska, wersja transwersalowa, wersja macierzowa, wersja grafowa, wersja haremowa, turnieje, twierdzenia minimaksowe.
  10. Zaawansowane techniki zliczania: zasada włączania i wyłączania, zasada szufladkowa Dirichleta, zasada dwoistości.
  11. Funkcje tworzące: pojęcie funkcji tworzącej, zastosowanie funkcji tworzących do zliczania obiektów kombinatorycznych, wykładnicze funkcje tworzące.
  12. Kwadraty i prostokąty łacińskie: rozszerzalność prostokątów, ortogonalność kwadratów.
  13. Wielomiany szachowe: twierdzenia o dekompozycji.
  14. Teoria grafów II: grafy skierowane etykietowalne wierzchołkowo, grafy sprzężone, definicja grafu etykietowalnego, klasy grafów etykietowalnych, grafy DNA, zależności między klasami grafów etykietowalnych.
- Treści omawiane w ramach ćwiczeń audytoryjnych są skorelowane z treściami prezentowanymi w trakcie wykładu.

## Metody dydaktyczne

1. Wykład ilustrowany prezentacją multimedialną zawierającą omawiane treści programowe, wzbogaconą przykładami.
2. Ćwiczenia audytoryjne ilustrujące materiał prezentowany podczas wykładu zadaniami, rozwiązywanymi na tablicy przez studentów lub demonstrowanymi przez nauczyciela akademickiego, obejmujące dyskusję proponowanych przez studentów koncepcji rozwiązania zadań

## Literatura

Podstawowa:

1. Aspekty kombinatoryki, V. Bryant, WNT, Warszawa, 2007.
2. Discrete and combinatorial mathematics. An applied introduction, R.P. Grimaldi, Addison Wesley Publishing Company, New York, 1999.
3. Matematyka dyskretna, K.A. Ross, Ch.R.B. Wright, PWN, Warszawa, 2012. 3
4. Matematyka konkretna, R.L. Graham, D.E. Knuth, O. Patashnik, PWN, Warszawa, 2012.

Uzupełniająca

1. Kombinatoryka dla programistów, W. Lipski, WNT, Warszawa, 2007.
2. Matematyka, t. I, G. Decewicz, W. Żakowski, WNT, Warszawa, 2005.
3. Wprowadzenie do algorytmów, Ch.E. Leiserson, R.L. Rivest, PWN, Warszawa, 2012.

4. A novel representation of graph structures in web mining and data analysis, J. Błażewicz, E. Pesch, M. Sterna, Omega 33/1 (2005) 65-71, <https://doi.org/10.1016/j.omega.2004.03.007>.

Uzupełniająca:

-

#### Bilans nakładu pracy przeciętnego studenta

	Godzin	ECTS
Łączny nakład pracy	125	5,00
Zajęcia wymagające bezpośredniego kontaktu z nauczycielem	60	2,50
Praca własna studenta (studia literaturowe, przygotowanie do zajęć laboratoryjnych/ćwiczeń, przygotowanie do kolokwίων/egzaminu, wykonanie projektu)	65	2,50